

機率邊界生產函數在混農林業投入產出上之應用

林喻東⁽¹⁾

【摘要】本研究以生產函數為模式來探討有關本省混農林業投入產出方面的問題，而在一般生產函數中，往往忽略管理因素對投入產出的影響，本篇報告採用Aigner & Chu所提出的機率邊界生產函數，該生產函數的特色是將管理因素考慮在內。實證分析結果發現，土地的生產彈性較高，因此「擴大經營規模」是解決之道。用邊界機率生產函數的彈性係數解釋林木和果樹的經營情形：在林木方面，勞動力的投入所能獲得的產出百分比大於變動因素的投入；而果樹類的經營，變動因素的投入所能獲得產出的百分比大於勞動因素的投入。

【關鍵詞】機率邊界生產函數，混農林業

Application of Probabilistic Frontier Production Function on Agroforestry's Input-Output Analysis

Yui-Dung Lin⁽¹⁾

【Abstract】Probabilistic frontier production function which merge managerial factor in the model, is an useful production fuction in input-output study. Therefore, the author uses this model to study the input-output affairs of agroforestry. The results indicate that elasticity of land is the highest among all of the input elasticities. It means that agroforesters increase 1% of their management area will increase more output than 1% increasing of other factors. In discussing input-output of trees, input of labors are superior to variable factors in obtainning more output. As for input-output of fruit trees, input of variable factors are superior to labors in obtainning more output.

【Key words】probabilistic frontier production function, agroforestry

(1)嘉義農專資源管理科講師

Instructor Division of Forestry, NCIA.

一、前言

臺灣地區屬宜林地的農林邊際土地包括私有林地、國有林班租地造林地、及山胞保留地宜林地，近些年來，這些土地的經營者在林木價格低迷、營林無法每年有收穫及營林工資日益高漲的情況下，紛紛改種高經濟價值的農作物，但是這種土地超限利用的行為，往往造成水土流失，影響下游居民生命安全。

在這種林農生計及國土保安的衝擊下，尋求兩者之間的平衡點，是相當重要的一項課題。根據研究結果顯示臺灣中部地區租地造林戶希望政府對超限利用的處理同意林農採「農林業混合經營」者佔82.6%，而全省山胞保留地的林農對此問題的反應更熱烈，佔94.5%。因此同意林農採行農林混合經營，是值得探討的課題。

據臺灣地區農林混合經營研究結果顯示：各縣份農作物和林作物組合的方式相當複雜，但是其雜異化指數不高，亦即混農林戶主要收入還是靠少數的作物；而混合配置方式以林木和作物分開栽植及林木和作物比鄰而栽最多，而各種配置方式，以未經刻意安排者居多；目前推行混農林業遭遇缺乏明確的政策與法令及其與國土保安政策相互抵觸的困難(羅紹麟、林喻東，1993)。

目前大多數的混農林業的計劃及決策，很少運用到數量分析；若我們運用有關經濟方面的知識填補這個鴻溝，將有助於混農林業的決策。本研究擬從生產函數方面探討有關混農林業投入產出方面的問題，而在一般生產函數中，往往忽略管理因素對投入產出的影響，本篇報告擬採用Aigner & Chu所提出的機率邊界生產函數，該生產函數的特色是將管理因素考慮在內，本篇報告即以此生產函數為研究對象。

二、機率邊界生產函數(probabilistic frontier production function)理論研究

一般生產函數乃設定產出(Y)與土地(A)、勞動(L)、資本(K)及管理(M)等四種投入因素間的函數關係，亦即：

$$Y = f(A, L, K, M)$$

但是大部份的文獻對管理因素缺乏衡量的方法，因此就土地、勞力、資本三項因素來推估生產函數，而將管理因素對產出的影響效果歸入殘差項。事實上管理因素如同以上三像因素一樣重要，在利潤最大化之生產情況下，管理是促成最佳分配的因素之一，故忽略管理因素的生產函數，所求出之生產彈性，必將導至高估的現象，在分析上將導至不精確的結論。Aigner & Chu所提出的機率邊界生產函數，可以克服以上缺點，而將管理因素考慮在內。其步驟如下：

1. 先設立一確定性生產函數

一般預設的生產函數型式為Cobb-Douglas函數，即

$$Y_i = \prod_{j=0}^m X_{ji}^{a_j} e_i \dots\dots\dots(1)$$

Y_i = 為*i*混農林戶之產出

X_{ji} = 為*i*混農林戶第*j*種生產因素的投入量

a_j = 為*j*生產因素之生產彈性

e_i = 為殘差項

2. 將上式取對數型態

$$\ln Y_i = \sum_{j=0}^m a_j \ln X_{ji} + \ln e_i \dots\dots\dots(2)$$

3. 為滿足邊界生產函數的定義，則所有 $\ln e_i \geq 0$ ，則由式(2)推估的邊界生產函數必須滿足：

$$\sum_{j=0}^m \hat{a}_j \ln X_{ji} = \ln \hat{Y}_i \geq \ln Y_i \dots\dots\dots(3)$$

其中 $\ln Y_i + \ln e_i = \ln \hat{Y}_i$

然而滿足式(3)之 \hat{a}_j 可有無限多組，為使所推估之生產邊界儘可能接近樣本觀測值，則須給 \hat{a}_j 進一步限制條件，亦即使 $\sum \ln e_i^2$ 極小化。

4. 推估一組參數 \hat{a}_j ，即能使 $\sum \ln e_i^2$ 為極小，此問題可藉線性規劃(linear programming)求解。由(3)式知：

$$\sum_{i=1}^n \ln \hat{e}_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \hat{a}_j X_{ji} - \sum_{i=1}^n \ln Y_i$$

$\sum_{i=1}^n \widehat{\ln Y}_i$ 一項為常數，則 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \widehat{a}_j X_{ji}$ 的極小化亦能滿足 $\sum_{i=1}^n \ln Y_i$ 的極小化。將問題簡化，可以 $\ln \bar{X}_j$ (j 投入因素的平均投入量) 取代 $\sum \ln X_{ji}$ (j 投入因素的總投入量)，如此推估 \widehat{a}_j 的線性規劃問題成為：

目標函數：

$$\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 \ln \bar{X}_1 + \widehat{a}_2 \ln \bar{X}_2 + \dots + \widehat{a}_m \ln \bar{X}_m$$

限制式為：

$$\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 \ln X_{11} + \widehat{a}_2 \ln X_{21} + \dots + \widehat{a}_m \ln X_{m1} \geq \ln Y_1$$

$$\begin{array}{cccc} : & : & : & : \\ : & : & : & : \end{array}$$

$$\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 \ln X_{1n} + \widehat{a}_2 \ln X_{2n} + \dots + \widehat{a}_m \ln X_{mn} \geq \ln Y_n$$

求得 \widehat{a}_j 之最適解後， $\sum_{j=1}^m \widehat{a}_j \ln X_{ji} = \ln \widehat{Y}_i$ 即為邊界生產函數。

5. 上述所求得之邊界生產函數為確定型邊界(deterministic frontier)，為避免極端樣本觀測值對生產邊界推估之影響，可採機率型邊界生產函數，即

$$\Pr\left(\sum_{j=0}^m \widehat{a}_j \ln X_{ji} \geq \ln Y_i\right) > P \quad (P \text{ 為預設機率值})$$

其中 P 為預設機率值，例如 98%。在實際推估生產邊界時，Timmer 提出逐一去除技術效率點直到推估的係數 \widehat{a}_j 穩定為止。

由此可見， $\ln e_i$ 為 i 混農林之實際產量 ($\ln Y_i$) 和最大產量 ($\ln \widehat{Y}_i$) 之差距，一般可視為林農管理能力之差異。

三、實證分析

本研究訪問的混農林戶有 309 戶，但是一般受訪者都比較不願意回答有關收入或成本方面的問題，因此有關這方面的資料經過篩選後，保留 126 戶的資料，本研究擷取其中的勞力費用、變動費用及固定費用再加上土地面積等項目當作生產的投入因素，而各項作物的收入當作產出因素，進行生產函數式的推估，其生產函數係數是由線性規劃來推估。

$$\text{MIN} : A + b_{ar} \overline{\ln AR} + b_{la} \overline{\ln LA} + b_{vc} \overline{VC} + b_{fc} \overline{\ln FC}$$

ST :

$$A + b_{ar} \ln AR_1 + b_{la} \ln LA_1 + b_{vc} VC_1 + b_{fc} \ln FC_1 \geq \ln Y$$

$$A + b_{ar} \ln AR_2 + b_{la} \ln LA_2 + b_{vc} VC_2 + b_{fc} \ln FC_2 \geq \ln Y$$

: : : :

: : : :

$$A + b_{ar} \ln AR_n + b_{la} \ln LA_n + b_{vc} VC_n + b_{fc} \ln FC_n \geq \ln Y$$

$$A \geq 0$$

$$b_{ar} \geq 0$$

$$b_{la} \geq 0$$

$$b_{vc} \geq 0$$

$$b_{fc} \geq 0$$

$y_n = Y_n / \bar{Y}$ (Y_n : 混農林戶的收入。 \bar{Y} : Y_n 的平均值。)

單位：新台幣元。

$\overline{AR} = AR_n / n$ (AR_n : 土地的投入。 \overline{AR} : AR_n 的平均值。)

單位：公頃。

$\overline{LA} = LA_n / n$ (LA_n : 工資的投入。 \overline{LA} : LA_n 的平均值。)

單位：新臺幣元。

$\overline{VC} = VC_n / n$ (VC_n : 變動資本投入。 \overline{VC} : VC_n 平均值。)

單位：新台幣元。

$\overline{FC} = FC_n / n$ (FC_n : 固定資本投入。 \overline{FC} : FC_n 平均值。)

單位：新台幣元。

b_{ar} 、 b_{la} 、 b_{vc} 、 b_{fc} : 代表土地、勞力、變動資本、固定資本的生產彈性。

n : 表示第 n 個混農林

四、討論

在混農林業中包括兩種重要的組成份子，即林木及作物類，在本篇報告中作物類以果樹類的資料較齊全，因此作物以果樹類為主。

(一)、機率邊界生產函數之推估

在126戶資料中，去除13戶極端樣本點後，以線性規劃方法即可得穩定係數值，其機率為90%之機率邊界生產函數。茲將所計算出的生產因素的彈性，列於表1如下：

表1. 以機率邊界生產函數推估混農林戶生產因素的彈性

項目	林木類的 生產彈性	果樹類的 生產彈性	以戶為單位 的生產彈性
lnA	0.25	6.47	7.97
b _{ar}	0.44	0.51	0.48
b _{la}	0.36	0.16	0.10
b _{vc}	0.04	0.67	0.28
b _{fc}		0.06	0.05

針對上表的結果，討論如下：

1. 林木類的機率邊界生產函數

$$Y = 0.25 a r^{0.44} l a^{0.36} v c^{0.04}$$

邊界生產函數的各項係數得知，土地生產彈性為0.44，勞動因素生產0.36，變動因素生產彈性為0.04，而彈性總和為0.84，為規模報酬遞減，亦即增加1%生產因素的投入，僅有0.84%的產出。

2. 果樹類的邊界機率生產函數

$$Y = 6.47 a r^{0.51} l a^{0.16} v c^{0.67} F c^{0.06}$$

邊界生產函數的各項係數得知，土地生產彈性為0.51，勞動因素生產0.16，變動因素生產彈性為0.67，固定因素的生產彈性為0.06而彈性總和為1.40，為規模報酬遞增，亦即增加1%生產因素的投入，有1.40%的產出。

3. 以戶為單位的邊界機率生產函數

$$Y = 7.97 a r^{0.48} l a^{0.10} v c^{0.28} F c^{0.05}$$

邊界生產函數的各項係數得知，土地生產彈性為0.48，勞動因素生產0.10，變動因素生產彈性為0.28，而彈性總和為0.91，為規模報酬遞減，亦即增加1%生產因素的投入，有0.91%的產出。

4. 綜合以上資料，無論是林木、作物及以戶為單位而言，土地生產彈性的投入，使得產出的增加均相當大，因此擴大經營規模是可採行的一種方法。至於適當的經營規模為多少呢？本研究將混農林業經營戶的面積視為自變數，收入與支出分別視為隨變數，配出以下兩條二次曲線迴歸式如下

$$\text{收入：} Y = 82853 + 48927x + 5013x^2 \quad R^2=0.628$$

$$\text{支出：} Y = 134057 - 9891x + 4190x^2 \quad R^2=0.763$$

在邊際收入等於邊際支出的情況下，可計算出最適經營規模為3.20公頃，而此126戶每戶面積的算術平均數為2.7公頃，中位數為2.0公頃，因此每戶面積無論就算術平均數、中位數而言，均較最適經營規模3.20公頃為少，因此近些年來無論是在農業方面或私有林經營方面均論及「擴大經營規模」的必要性時，本研究從混農林業的觀點來看又獲得了一次證實。

5. 若用邊界機率生產函數的彈性係數總合來解釋林木和果樹的經營情形，林木類的彈性和為0.84為規模報酬遞減，果樹類為1.40為規模報酬為遞增，這些數字也說明了林農為何要超限利用。此外林木類的勞動生產彈性為0.36，變動因素的生產彈性為0.04，果樹類的勞動生產彈性為0.16，變動因素的生產彈性為0.67；由這兩組對比的數字，我們可知林木方面的經營，勞動力的投入所能獲得的產出百分比大於變動因素的投入，而果樹類的經營，變動因素的投入所能獲得產出的百分比大於勞動因素的投入。

(二)最小平方方法推估之生產函數(Cobb-Douglas生產函數)

為瞭解Aigner & Chu方法之信賴度，本研究利用傳統最小平方方法來推估生產函數(或稱Cobb-Douglas生產函數)(簡稱CD)，該生產函數的基本型態如下：

$$Y = \prod_{i=1}^n X_i^{B_i} \quad (Y: \text{產出}; X_i: \text{生產因素投入}, B_i: \text{生產因素對產出的彈性})$$

由於透過 $\sum_{i=1}^n B_i=1$ 的關係，可測定出生產是為規模報酬遞增、固定或遞減的現象，因此被廣泛的採用(Nicholson, 1992)。一般而言，在選擇生產函數的數學形式時，需要考慮三種條件：(1)與經濟理論的一致性，(2)計算簡單，(3)函數具有伸縮性。CD生產函數均合乎前兩個條件，但就其生產因素代替而言，其替代彈性固定為1，與函數伸縮的條件不合。由於本研究

是以機率邊界生產函數為研究重點，本節提出CD生產函數，主要目的是與機率邊界生產函數做對比。

表 2. 以最小平方法推估混農林戶生產因素的彈性

項目	林木類的 生產彈性		果樹類的 生產彈性		以戶為單位 的生產彈性	
	CD	逐步迴歸	CD	逐步迴歸	CD	逐步迴歸
lnA	0.124917 (+0.377)	0.009223 (+0.061)	6.62473** (+7.587)	7.49570** (10.814)	7.92880** (19.920)	7.92880** (+19.920)
b _{ar}	0.956058* (+3.099)	1.073073** (+5.367)	0.55009** (+5.427)	0.61583** (6.515)	0.50871** (7.026)	0.50871** (+7.026)
b _{1a}	0.251498 (+1.388)		0.10279 (+1.582)		0.09898** (+5.654)	0.09898** (+5.654)
b _{vc}	-0.002924 (-0.078)		0.30010* (+2.705)	0.32456** (+4.662)	0.24259** (+7.274)	0.24259** (+7.274)
b _{fc}			0.10755** (+4.298)	0.10353* (+2.551)	0.04221** (+4.055)	0.04221** (4.055)

(1)林木類分析資料13筆、果樹類77筆，以戶為單位的有126筆

(2)資源生產彈性皆以樣本平均點為測定點。

(3)括號內數字為 t 值。

(4)表在5%之水準下顯著。表在0.5%水準下顯著。其餘為不顯著。

1. 以CD法所推估出的生產彈性，可以做顯著性測驗，這是機率邊界生產函數所不具備的優點，以本研究而言林木類與果樹類所估計出的各項生產因素的生產彈性其顯著性各有不同，例如林木類的生產彈性，僅有土地因素生產彈性是顯著的；果樹類的生產彈性顯著的包括土地、變動成本及固定成本，而勞動的生產彈性則不顯著；其逐步迴歸的結果如表二所示。
2. 以戶為單位而言，採用CD生產函數估計出來的結果，發覺土地的生產彈性為0.51，勞動的生產彈性為0.10，變動因素生產彈性為0.24及固定因素的生產彈性為0.04，其中也是以土地的投入對產出的影響較大；而生產彈性的總和為0.89，是屬於規模報酬遞減的狀態。再進一步對用逐步迴歸的方法估計各項係數時，發覺其結果與採用一般迴歸法所估計的結果相同，亦即各項係數的統計 t 值檢定均極顯著。CD生產函數經逐步迴歸

後，其數學式如下：

$$Y=7.92288 ar^{0.5089} la^{0.09398} vc^{0.0422} Fc^{0.04221} \quad R^2_{[adj]}=0.5965$$

CD法與邊界機率法所估計出的生產彈性很接近，根據彭作奎氏計算本省水稻的生產函數也有相同的情形，其在文中指出這是因為水稻的生產技術漸趨穩定，管理在各農家間差異不大，亦即所謂的「電話作物」。但是混農林業的經營者，其所經營的作物，雜異性大，農民在管理技術方面是否已達穩定？或是彼此間有很大的差異？實有待未來作更進一步探討。

五、結論

- (一)本篇報告所採用機率邊界生產函數是利用線性規劃法推估各項生產因素的生產彈性，一般利用CD推估的生產函數忽略了管理因素對生產函數之影響。而機率邊界生產函數是將實際產量與最大產量之差距考慮在內，一般可視為個別經營者管理能力的差異，這是本法所具備的優點；但是本法一般均預設為CD函數的形式，因此也承襲了CD法的缺點，此外由本法計算出的生產彈性，無法像CD法計算出的生產彈性可做顯著性測驗，但站在實用的立場而言，本法值得使用。
- (二)就混農林業生產函數的實證分析結果發現，土地的生產彈性較高，而本研究計算出混農林業最適經營規模為3.20公頃，而受訪者每戶面積的算術平均數為2.7公頃，中位數為2.0公頃，因此「擴大經營規模」是解決之道。
- (三)用邊界機率生產函數的彈性係數解釋林木和果樹的經營情形，在林木方面的，勞動力的投入所能獲得的產出百分比大於變動因素的投入，而果樹類的經營，變動因素的投入所能獲得產出的百分比大於勞動因素的投入。
- (四)以戶為單位，採用CD法與邊界機率法所估計出的生產彈性很接近，一般這種情形是生產技術漸趨穩定地定的作物(如水稻)才有的現象，但是混農林業所經營的作物，雜異性大，農民在管理技術方面是否已達穩定？實有待未來作更進一步探討。

六、參考文獻

1. 王德春、蕭代基 1975 線性規劃在林業上之應用。臺灣林業 3(10)
2. 史濟增 1976 生產函數模式之實證選擇。經濟論文叢刊四卷一期
3. 李朝賢 1989 臺灣農業資源與調整之研究。農業金融論叢第21輯
4. 林喻東 1980 東勢地區國有林班解除地放租放領地之經濟分析。國立中興大學森林研究所碩士論文
5. 彭作奎 1986 機率邊界生產函數推估之理論與實證。農業經濟半年刊 39:17-26
6. 羅紹麟、林喻東、羅凱安 1992 臺灣中部地區租地造林經營技術之研究。中興大學實驗林研究報告14(1):97-122

7. 羅紹麟、林喻東 1992 臺灣省山胞保留地造林地經營評估。中興大學實驗林研究報告 14(1):123-162
8. 羅紹麟、林喻東 1993 臺灣地區混農林業經營之研究。中興大學實驗林研究報告 15(2) : 57-82。
9. David, B. Field. 1977 Linear Programming: Out of the Classroom and into the Woods, *Journal of Forestry* 75(6):330-334
10. Enoch F. Bell. 1977 Mathematical Programming in Forestry, *Journal of Forestry* 75(6):317-319
11. Forsund, F. R., C. A. K. Lovell, P. Schmidt 1980 A Survey of frontier Production Functions and Their Relationship to Efficiency Measurement, *J. Econometrics*, 13:294-315
12. Greene, W. H. 1980 On the Estimation of A Flexible Frontier Production Model, *J. Econometrics* 13:101-115
13. James N. Burroughs 1982 linear Programming in the Classroom: A Simplified Approach, *Journal of forestry* 80(4):222-234
14. King, F. S. 1987 The History of agroforestry system, agroforestry systems in the Tropics
15. Nair, P. K. R. 1985 Classification of agroforestry system, agroforest systems in the Tropics
16. Philip, N. Omi. 1981 A Linear Programming Model for Wildland Fuel Management Planning, *For. Sci.* 27(1):81-94
17. Ramon E. Lopez 1980 The Structure of Production and the derived demand for inputs in Canadian Agriculture American Agriculture Economics Association
18. Robert G. Chambers 1989 Estimating multioutput Technologies American Agriculture Economics Association
19. Subhash C. Ray 1982 A Translog Cost Function Analysis of U. S. Agriculture, 1939-1977 American Agriculture Economics Association
20. Schmidt, P. 1976 On the Statistical Estimation of Parametric Frontier Production Functions, *Review of Economics and Statistics*, 58(2):238-239
21. Timmer, C. P. 1971 Using a Probablistic Frontier Production Function to Measure Technical Efficiency, *J. P. E.*, Vol.79
22. Nicholson, W. 1992 Microeconomic Theory-Basic Principles and Extensions The Dryden Press International Edition p.293-325